



ANEJO 8º

Análisis en situación de servicio de secciones y elementos estructurales sometidos a flexión simple

1 Alcance

En este anejo se definen las expresiones que permiten evaluar los distintos parámetros que rigen el comportamiento seccional, de secciones rectangulares y en T, en régimen lineal fisurado: profundidad de la fibra neutra X , estado de tensiones de las fibras de armadura σ_{s1} y σ_{s2} y del hormigón σ_c , deformaciones de las armaduras ε_{s1} y ε_{s2} y valores de rigidez.

Las expresiones de este anejo permiten determinar las tensiones en la armadura traccionada (σ_s , σ_{sr}) para la comprobación del Estado Límite de Fisuración (Artículo 49º) o evaluar la inercia fisurada (I_f) para la comprobación del Estado Límite de Deformaciones (Artículo 50º).

Asimismo, se aborda la verificación de los estados límite de servicio (fisuración y deformaciones) en elementos lineales armados o pretensados, compuestos por uno o varios hormigones, en los que es importante tener en cuenta las fases constructivas. Algunas de las expresiones que constan en este anejo son generalizaciones de las del articulado, por ejemplo, la expresión relativa a la Inercia equivalente, que es una generalización de la fórmula de Branson al caso de piezas compuestas y/o pretensadas.

Finalmente, se presentan unas expresiones para el cálculo de flechas diferidas, más apropiadas para hormigones de altas resistencias que las del articulado, útiles en caso de que sea necesario afinar en la determinación de la flecha.

2 Cálculo de secciones en servicio con fisuración.

2.1 Hipótesis básicas

Las hipótesis adoptadas, para la determinación de las expresiones que se presentan, son las siguientes:

- El plano de deformaciones se mantiene plano después de la deformación.
- Adherencia perfecta entre el hormigón y el acero.
- Comportamiento lineal para el hormigón comprimido.
- Se desprecia la resistencia a tracción del hormigón.
- Comportamiento lineal para los aceros, tanto en tracción como en compresión.

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c$$

$$\sigma_{s1} = E_s \varepsilon_{s1}$$

$$\sigma_{s2} = E_s \varepsilon_{s2}$$

2.2 Sección rectangular

Para sección rectangular, los valores de los parámetros que definen el comportamiento seccional (figura A.8.1) son:

- Profundidad relativa de la fibra neutra

$$\frac{X}{d} = n \rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\rho_2 d'}{\rho_1 d} \right)}{n \rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2}} \right)$$

$$\text{si } \rho_2 = 0 \Rightarrow \frac{X}{d} = n \rho_1 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \rho_1}} \right)$$

- Inercia fisurada

$$I_f = n A_{s1} (d - X) \left(d - \frac{X}{3} \right) + n A_{s2} (X - d') \left(\frac{X}{3} - d' \right)$$

donde:

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd}$$

$$\rho_2 = \frac{A_{s2}}{bd}$$

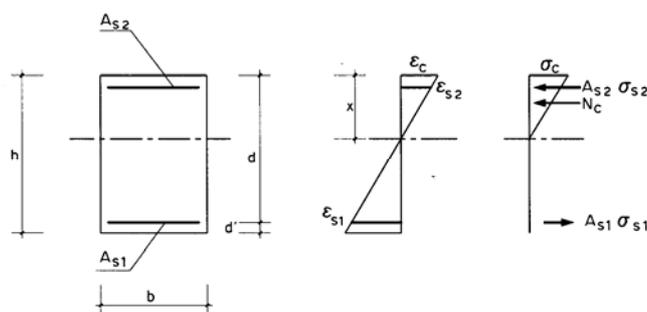


Figura A.8.1

2.3 Sección en T

Para sección en T, los valores de los parámetros que definen el comportamiento seccional (figura A.8.2) pueden obtenerse con las expresiones que se definen seguidamente.

$$\delta = \frac{h_0}{d}$$

$$\xi = \delta \left(\frac{b}{b_0} - 1 \right)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b d}$$

$$\rho_2 = \frac{A_{s2}}{b d}$$

$$\beta = \xi + n (\rho_1 + \rho_2) \frac{b}{b_0}$$

$$\alpha = 2 n (\rho_1 + \rho_2 \frac{d'}{d}) \frac{b}{b_0} + \xi \delta$$

$$1^\circ) \quad n \rho_1 \leq \frac{1}{2} \frac{\delta^2 + 2n\rho_2(\delta - d'/d)}{(1 - \delta)}$$

Los valores de X/d e I_f se determinarán con las expresiones del apartado 3, correspondientes a la sección rectangular, considerando como ancho de la sección el ancho de la cabeza comprimida.

$$2^\circ) \quad n \rho_1 > \frac{1}{2} \frac{\delta^2 + 2n\rho_2(\delta - d'/d)}{(1 - \delta)}$$

- Profundidad relativa de la fibra neutra

$$\frac{X}{d} = \beta \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\beta^2}} \right)$$

- Inercia fisurada

$$I_f = I_c + n A_{s1} (d - X)^2 + n A_{s2} (X - d')^2$$

$$I_c = b h_0 \left[\frac{h_0^2}{12} + \left(X - \frac{h_0}{2} \right)^2 \right] + \frac{b_0 (X - h_0)^3}{3}$$

En el caso 1º, la posición de la fibra neutra de la sección fisurada está incluida en la cabeza de compresión y, consecuentemente, las expresiones para el cálculo de los parámetros que rigen el comportamiento seccional son las correspondientes a sección rectangular.

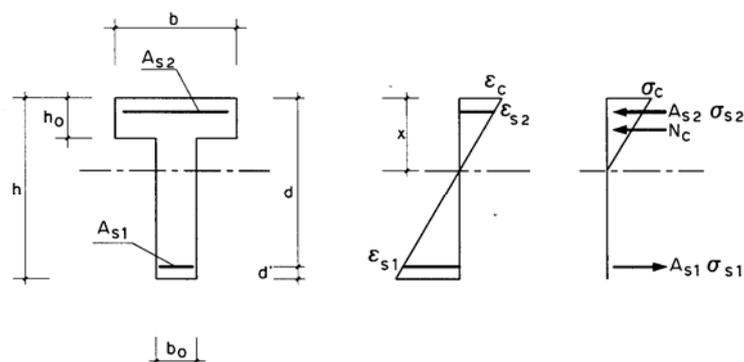


Figura A.8.2

2.4 Curvatura y tensiones

La curvatura y las tensiones en el hormigón y en las distintas fibras de acero se obtienen con las expresiones siguientes:

- Curvatura

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_c I_f}$$

- Tensión de compresión en la fibra más comprimida de hormigón

$$\sigma_c = \frac{M X}{I_f}$$

- Tensión en las armaduras

$$\sigma_{s1} = n \sigma_c \frac{d - X}{X}$$

$$\sigma_{s2} = -n \sigma_c \frac{X - d'}{X}$$

3. Comprobación de la fisuración en forjados unidireccionales compuestos por elementos prefabricados y hormigón vertido en obra.

En estructuras compuestas por elementos prefabricados y hormigón vertido in situ deberá considerarse, en el cálculo de tensiones, las distintas fases que experimentan estos elementos estructurales tanto en las cargas actuantes como en las condiciones de apoyo y secciones resistentes. Así, se considerará:

- el peso propio del elemento prefabricado, losa alveolar pretensada o vigueta, si es pretensada, calculado como elemento biapoyado sin puntales intermedios, actuando sobre la sección simple;
- el peso propio del resto del forjado actuará sobre viga continua con tantos tramos como puntales intermedios más uno, actuando sobre sección simple;
- el efecto del desapuntado (aplicación de las reacciones de los puntales intermedios sobre la configuración final) actuando sobre la sección

- compuesta;
- aplicación de carga permanente y sobrecarga actuando sobre la configuración final y sección compuesta.

En particular, el peso propio de los elementos pretensados, viguetas o losas alveolares, no debe suponerse en continuidad, ni apuntalado, sino que se ha de considerar el momento flector isostático correspondiente a su situación de montaje en obra entre apoyos extremos, sin apuntalados intermedios y actuando sobre el elemento aislado (sección simple).

Si la vigueta es armada no se considera como fase independiente la de su peso propio, incluyéndose sin embargo en la siguiente, como el resto del peso propio del forjado.

El anterior proceso puede comportar una gran complejidad en la determinación de las tensiones. A falta de otros criterios puede seguirse, simplificadaamente, el procedimiento que se incluye a continuación.

Las tensiones pueden evaluarse a partir de la Hipótesis de Navier utilizando las secciones: simple, compuesta no fisurada y fisurada correspondientes a cada situación. Para las secciones sometidas a momentos positivos, el momento de comprobación vendrá dado por:

$$M_p = (g_1 + (1 - K_1)g_2) \frac{L^2}{8} + (g_3 + q) \frac{L_0^2}{8}$$

y para momentos negativos:

$$M_n = [K_2 g_2 + g_3 + q] \frac{L_0^2}{8}$$

siendo:

- α Relación entre módulos resistentes (W_{1h}' / W_{1h})
- W_{1h} Módulo resistente de la sección simple. Figura A.8.3
- W_{1h}' Módulo resistente de la sección compuesta. Figura A.8.3
- K_1, K_2 Coeficientes, según Tabla A.8.3
- L Luz del forjado.
- L_0 Distancia entre puntos de momento nulo, correspondiente a la situación del forjado en continuidad
- g_1 Variable correspondiente al peso propio del elemento prefabricado, si es pretensado, y que tomará valor nulo en el caso de elementos armados
- g_2 Variable correspondiente al peso propio de la vigueta si es armada, al peso propio de hormigón vertido en obra y, en su caso, de las piezas de entrevigado
- g_3 Variable correspondiente a la carga permanente (por ejemplo, el solado)
- q Sobrecargas

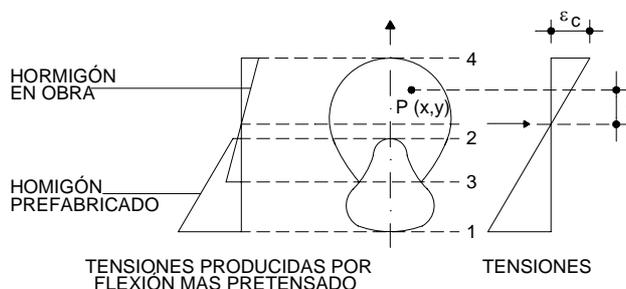


Figura A.8.3 Estados límite de Fisuración



Tabla A.8.3

Caso		K_1	K_2
	Sin sopandas	0	0
	Una fila de sopandas	$1,25 \left[1 - \frac{5}{16} \frac{(\alpha - 1)g_2}{\alpha(g_1 + g_2) + g_3 + q} \right]$	1,25
	Dos filas de sopandas a tercios de la luz	0,98	0,98
	Dos filas de sopandas a 0,4 L de cada apoyo	1,06	1,06
	Tres o más filas de sopandas	1	1

Se llama la atención sobre la importancia de efectuar un correcto proceso de apuntalado del forjado, sin el cual no tienen validez las fórmulas anteriores. Así, en el caso de elementos armados, se deben disponer puntales nivelados todos a la misma cota. Por el contrario, en el caso de forjados con elementos pretensados, se presentan los puntales contra el borde inferior del elemento prefabricado tras haber sido colocado éste apoyado en sus extremos.

4. Cálculo simplificado de flechas instantáneas en piezas pretensadas o construidas por fases

La fórmula de Branson que consta en el punto 50.2.2 para el cálculo de la flecha instantánea en el caso de vigas de hormigón armado construidos en una sola fase puede generalizarse para el caso de piezas armadas o pretensadas, ejecutadas en una o varias fases, o compuestas por elementos prefabricados y hormigón vertido in situ, como son los forjados unidireccionales. La inercia equivalente de la sección considerada se puede obtener mediante la expresión:

$$I_e = \left(\frac{M_f - M_0}{M_a - M_0} \right)^3 I_b + \left(1 - \left(\frac{M_f - M_0}{M_a - M_0} \right)^3 \right) I_f \leq I_b$$

siendo:

I_b Momento de inercia de la sección bruta.

I_f Momento de inercia de la sección fisurada en flexión simple, que se obtiene despreciando la zona de hormigón en tracción y homogeneizando las áreas de las armaduras activas y pasivas multiplicándolas por el coeficiente de equivalencia.

M_a Momento flector máximo aplicado a la sección hasta el instante en que se evalúa la flecha.

M_f Momento de fisuración, calculado como sigue:

$$M_f = W (f_{ct,f} + \sigma_{cp}) + M_v \left(1 - \frac{W}{W_v} \right)$$

siendo:

W Módulo resistente respecto de la fibra más traccionada de la sección, que será:
- el de la pieza prefabricada (W_v), en caso de construcción no apeada, cuando se calcula la flecha bajo el peso propio de la misma o del hormigón vertido en obra.
- el del forjado (W_f), en cualquier etapa de construcción apeada y en servicio.

$f_{ct,m,fl}$ Resistencia media a flexotracción del hormigón definida en el apartado 39.1.

σ_{cp} Tensión previa en la fibra inferior de la pieza prefabricada, producida por el pretensado.

M_v Momento debido a las cargas que actúan sobre la pieza prefabricada antes de trabajar conjuntamente con el hormigón in situ, cuyo valor es:

- Para construcción no apeada, el momento debido al peso propio de la pieza prefabricada y al peso del hormigón vertido in situ.

- Para construcción apeada, cero si la pieza es armada y el momento debido a su peso propio si es pretensada.

- Cero en las secciones extremas sometidas a momentos negativos.

M_0 Momento flector asociado a la situación de curvatura nula de la sección, de valor:

$$M_0 = P \cdot e \cdot \beta - M_v \cdot (\beta - 1)$$

siendo:

P Valor absoluto de la fuerza de pretensado, si existe, que puede tomarse igual al 90% de la fuerza inicial de pretensado.

e Excentricidad del tendón equivalente de pretensado, en la sección de estudio, en valor absoluto, respecto del centro de gravedad de la vigueta o placa alveolar.

β Relación entre la inercia bruta de la sección del forjado en la fase constructiva en que se calcula la flecha y la inercia bruta de la sección de la pieza prefabricada, mayor o igual a la unidad. En construcción no apeada, cuando se calcula la flecha bajo el peso propio de la misma o del hormigón vertido en obra, $\beta=1$.

El valor de la inercia fisurada que figura en la fórmula es la menor que históricamente haya podido alcanzar la sección en estudio durante el proceso de construcción, incluso por aplicación de cargas que luego se retiran, como es el caso del apuntalado de plantas superiores de forjado sobre otra inferior no apuntalada.

El momento M_0 tiene por objeto considerar el efecto del pretensado y la evolución de la sección en el cálculo de la rigidez equivalente en fase fisurada, a fin de partir de una curvatura nula. Puede observarse que cuando solo hay pieza prefabricada, sin hormigón "in situ", $\beta = 1$ y $M_0 = P \cdot e$.

En la sección de centro de vano de forjados con viguetas o losas alveolares pretensadas, se puede utilizar la siguiente expresión aproximada para el cálculo de la inercia fisurada I_f , que tiene en cuenta la reducción de la rigidez a medida que aumenta la sollicitación:

$$I_f = I_{f0} + \alpha \cdot (I_b - I_{f0}) \leq I_b$$

siendo:

I_{f0} Inercia de la sección fisurada en flexión simple, calculada considerando la armadura activa; como si fuese pasiva, esto es considerando fuerza de pretensado nula.



- I_b Inercia de la sección bruta de hormigón de la sección del forjado.
 α Factor de interpolación de inercias, cuyo valor, siempre comprendido entre 0 y 1 es:

$$\alpha = \frac{\sigma_{cp}}{\frac{M_v}{W_v} + \frac{M_a - M_v}{W_f} - f_{ct,f}}$$

W_v , σ_{cp} , M_v y M_a tienen el mismo significado expresado más arriba.

Para el caso de forjados con piezas prefabricadas de hormigón armado, la inercia de la sección fisurada es $I_f = I_{f0}$, dado que $\alpha = 0$.